МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ (О)

Кафедра Высшей математики

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол от 24.04.2023 № 23.4

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

для преподавателя

по дисциплине

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

название дисциплины

для направления подготовки

22.03.01 Материаловедение и технологии материалов

код и название направления подготовки

Плазменные и лазерные технологии материалов

Форма обучения: очная

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для преподавателей по дисциплине «Математический анализ» представляют собой комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющих преподавателю оптимальным образом организовать процесс обучения по данной дисциплине.

Целью дисциплины является теоретическая подготовка и получение практических навыков по математическому анализу для успешного усвоения фундаментальных, общетехнических и специальных дисциплин учебного плана, а также для возможности изучения специальной литературы, в случае необходимости самостоятельного углубления математических знаний после окончания ВУЗа; расширение общего кругозора, развитие логического мышления студентов, формирование потребности теоретического обоснования различных явлений.

Задачи дисциплины:

- создать у студентов достаточно широкую подготовку в области математики и воспитать математическую культуру;
- сформировать умения использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- привить навыки самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям.

Дисциплина «Математический анализ» реализуется в рамках обязательной части и относится к общепрофессиональному модулю.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1-2 семестрах.

Основными видами учебной работы по данной дисциплине являются лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающихся. Для успешного освоения дисциплины студенты необходимо изучить лекционный материал и рекомендуемую литературу, отработать изученный материал на практических занятиях, выполнить задания для самостоятельной работы.

1 Лекции

Лекции являются одним из основных методов обучения по дисциплине «Математический анализ». Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим.

Содержание лекций определяется рабочей программой дисциплины и представлено в таблице.

Лекционный курс

Неделя	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1-3	**1. Вещественные и комплексные числа. Пределы числовых последовательностей**	
1	**1.1. Вещественные числа.**	Вещественные числа. Грани числового множества. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Операции над вещественными числами, свойства операций. *Литература: 1,6,9*
1	**1.2. Комплексные числа.**	Понятие комплексного числа. Различные формы записи: алгебраическая, тригонометрическая, показательная. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корней (формулы Муавра). *Литература: 1,6,9,12*
2	**Пределы числовых последовательностей.**	Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности, их свойства. Сходящиеся последовательности. Ограниченность, единственность предела. Арифметические действия с пределами. Предельный переход в неравенствах. Теорема "о двух милиционерах". Теорема о монотонной и ограниченной последовательности. Бином Ньютона, число "е". Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательности. Свойства. Верхний и нижний предел. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Следствия. Критерий Коши сходимости последовательности. *Литература: 1,6,9*
3-5	**2. Пределы функций. Непрерывные функции**	
3-4	2.1. Пределы функций. Непрерывность функции в точке. Разрывные	Понятие функции. Предел функции (по Гейне) в точке. Односторонние пределы. Свойства пределов функции в точке. Арифметические свойства функций, имеющих пределы. Эквивалентные бесконечно большие и бесконечно малые функции. Шкала сравнений.

	функции.	O(большое)- и o(малое)-символика. Непрерывность функции (по Гейне) в точке. Непрерывность слева и справа. Арифметические операции над непрерывными функциями. Сложная функция и ее непрерывность. Монотонные функции. Непрерывность монотонных функций. Понятие обратной функции. Монотонные функции, имеющие обратную. Простейшие элементарные функции. Непрерывность, свойства, графики элементарных функций. Предельные значения некоторых функций. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Предельный переход в степенно-показательных выражениях. Предельные значения некоторых сложных функций, таблица эквивалентных бесконечно малых. Определение предела функции в точке по Коши. Эквивалентность определений по Гейне и по Коши. Определение непрерывности функции по Коши. Критерий Коши существования предела функции. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса и Кантора. Разрывные функции. Классификация точек разрыва. Кусочно-непрерывные функции. *Литература: 1,6,9*
4-5	2.2. Теоремы о непрерывных функциях.	Определение предела функции в точке по Коши. Эквивалентность определений по Гейне и по Коши. Определение непрерывности функции по Коши. Критерий Коши существования предела функции. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса и Кантора. *Литература: 1,6,9*
6-12	**3. Дифференциальное исчисление**	
6-7	3.1. Производная и дифференциал функции.	Понятие производной функции в точке, физическая и геометрическая интерпретация. Понятие дифференцируемости функции, критерий дифференцируемости. Дифференциал функции, геометрический смысл дифференциала. Связь непрерывности и дифференцируемости. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная обратной и сложной функций. Производные основных элементарных функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Формулы и правила вычисления дифференциалов. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Производные от неявно заданных функций и функций, заданных параметрически. *Литература: 1,6,9*
8-10	3.2. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Теорема Ферма. Теорема Ролля. Формула Лагранжа и следствия из нее. Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши). Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.

		Теорема Тейлора. *Литература: 1,6,9*
10-12	3.3. Применение дифференциального исчисления.	Теорема Тейлора, различные формы остаточного члена. Формулы Маклорена для основных элементарных функций. Локальный экстремум функции. Участки монотонности и необходимое условие существования локального экстремума для дифференцируемой функции. Достаточные условия существования локального экстремума дифференцируемой функции. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке. Отыскание максимального и минимального значения функции, краевой экстремум. Асимптоты, выпуклость, точки перегиба графика функции. Схема исследования графика функции. Приближённые вычисления. Векторная функция. Понятие предела и непрерывности для векторной функции. Производная и дифференциал векторной функции. Касательная к кривой. Геометрический смысл производной векторной функции *Литература: 1,6,9.*
12-16	**4. Неопределенные интегралы**	
12-13	**4.1.** Первообразная функции. Неопределённый интеграл.	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства. Таблица простейших интегралов. Основные методы интегрирования. Замена переменного в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. *Литература: 1,6,9*
13-14	4.2. Интегрирование рациональных функций.	Алгебраические многочлены и рациональные функции (дроби). Разложение дроби в сумму простейших. Методы нахождения неопределенных коэффициентов. Интегрирование рациональных функций. Метод Остроградского
15	4.3. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.	Свойства рациональной функции двух переменных. Рационализация тригонометрических выражений с помощью различного вида подстановок.
16	4.4. Интегрирование некоторых и иррациональных выражений.	Интегрирование дробно-линейных иррациональностейПодстановки Эйлера. Интегрирование биномиальных дифференциалов. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Эллиптические интегралы. *Литература: 1,6,9.*
Второй семестр		
1-7	**5. Определенные интегралы и их приложения**	
1-4	5.1. Определённый интеграл Римана.	Интегральная сумма, ее предел, определение интеграла Римана. Неинтегрируемость неограниченной функции. Суммы Дарбу и их свойства. Интеграл Дарбу. Критерий интегрируемости. Основные классы интегрируемых функций. Основные свойства определённого интеграла: линейность, аддитивность как функции множества. Свойства, выраженные неравенствами. Теоремы о

		среднем. Определённый интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница и следствия из неё. *Литература: 1,6,9*
4-6	5.2. Приложения определенных интегралов.	Длина кривой. Кривые: простые кривые, гладкие кривые. Спрямляемость. Длина дуги. Формулы для нахождения длины. Дифференциал дуги. Векторное уравнение кривой. Кривизна. Площадь плоской фигуры. Понятие квадрируемости. Площадь. Свойства площади. Площадь криволинейной трапеции**.** Объём тела. Объём тела вращения. Другие геометрические и физические приложения определённых интегралов. *Литература: 1,6,9*
7	Несобственные интегралы.	Определение, критерий сходимости. Простейшие свойства несобственных интегралов. Сходимость и абсолютная сходимость. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Признаки сходимости. Сходимость абсолютная и условная. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственных интегралов. *Литература: 1,6,9*
7-12	**6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**	
7-8	6.1. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.	Множества точек в метрическом пространстве: открытость, ограниченность, связность, внутренние точки, предельные точки, граница Последовательности точек в конечномерном пространстве и их свойства. Основные свойства непрерывных функций нескольких переменных. *Литература: 1,7,9.*
8	6.2. Частные производные, дифференцируемые функции нескольких переменных. Дифференциал первого порядка.	Частные производные. Дифференцируемость. Дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Достаточные условия дифференцируемости. Производная в данном направлении. Градиент. Геометрические приложения: касательная плоскость и нормаль к поверхности, касательная прямая и нормальная плоскость к кривой. *Литература: 1,7,9.*
9-10	6.3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.	Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производны Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. *Литература: 1,7,9*
10	6.4. Локальный экстремум функций нескольких переменных.	Локальный экстремум функций нескольких переменных**.** Необходимые условия. Достаточные условия *Литература: 1,7,9*

11-12	6.5. Неявные функции. Условный экстремум.	Неявная функция. Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции. Вычисление производных неявной функции. Неявные функции, определяемые системой функциональных уравнений Матрицы Якоби, якобианы, их свойства. Зависимость функций. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия. *Литература: 1,7,9*
12-16	**7. Числовые и функциональные ряды**	
12-14	7.1. Числовые ряды. Функциональные ряды и последовательности.	Числовой ряд, сходимость и сумма ряда. Необходимый признак сходимости. Критерий Коши. Сходимость и абсолютная сходимость. Знакопостоянные ряды, критерий сходимости. Признаки сходимости: признак сравнения признаки Коши и Даламбера, интегральный признак Коши. Условная сходимость. Признаки сходимости знакопеременных рядов: признак Лейбница, признаки Дирихле и Абеля. Свойства абсолютно сходящихся и условно сходящихся рядов. Поточечная и равномерная сходимости. Критерии и признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы равномерно сходящегося ряда. *Литература: 1,2,6,9*
14-15	7.2. Степенные ряды. Ряды Тейлора.	Степенной ряд, круг (интервал) сходимости. Формулы Коши-Адамара и Даламбера для радиуса сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора, теорема о разложении функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для известных функций: вид, область сходимости. *Литература: 1,2,6,9.*
15-16	7.3. Ряды Фурье.	Тригонометрическая ортогональная система функций, Тригонометрический ряд Фурье. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции тригонометрическими многочленами (без доказательства). Теорема о замкнутости тригонометрической системы и следствия из нее. Теорема о равномерной сходимости тригонометрического ряда Фурье. Теорема о сходимости тригонометрического ряда Фурье кусочно-гладкой функции в любой точке бесконечной прямой (без доказательства). Вид тригонометрического ряда Фурье функции, заданной на сегменте [l, l]. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. *Литература: 1,2.*

Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1) формулировку темы лекции;

2) указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;

3) изложение вводной части;

4) изложение основной части лекции;

5) краткие выводы по каждому из вопросов;

6) заключение;

7) рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Дадим краткую характеристику каждого из лекционных этапов.

Начальный этап каждого лекционного занятия – оглашение основной темы лекции с краткой аннотацией предлагаемых для изучения вопросов. Преподаватель должен сообщить о примерном плане проведения лекции и предполагаемом распределении бюджета времени. Если очередное занятие является продолжением предыдущей лекции, необходимо кратко сформулировать полученные ранее результаты, необходимые для понимания и усвоения изучаемых вопросов.

Во вводной части достаточно кратко характеризуется место и значение данной темы в курсе, дается обзор важнейших источников и формулируются основные вопросы или задачи, решение которых необходимо для создания стройной системы знаний в данной предметной области. В этой части лекции демонстрируются основные педагогические методы, которые будут использоваться при изложении материала и устанавливается контакт с аудиторией.

Основная часть лекции имеет своей целью раскрытие содержания основных вопросов или разделов и определяется логической структурой плана лекции. При этом используются основные педагогические способы изложения материала: описание-характеристика, повествование, объяснение и др. Преподаватель должен также умело использовать эффективные методические приемы изложения материала – анализ, обобщение, индукцию, дедукцию, противопоставления, сравнения и т.д., обеспечивающие достаточно высокий уровень качества учебного процесса.

В заключительной части лекции проводят обобщение наиболее важных и существенных вопросов, делаются выводы, формулируются задачи для самостоятельной работы слушателей и указывается рекомендуемая литература. Оставшееся время используют для ответов на вопросы, задаваемые слушателями, и для возможной дискуссии о содержании лекции.

Содержание лекционного материала должно строго соответствовать содержательной части, утвержденной рабочей учебной программы дисциплины и соответствовать основным дидактическим принципам, которые обеспечивают соответствие излагаемого материала научно-методическим основам экономической деятельности. Основными из них являются целостность, научность, доступность, систематичность и наглядность.

Целостность лекции обеспечивается созданием единой ее структуры, основанной на взаимосвязи задач занятия и содержания материала, предназначенного для усвоения студентами.

Научность лекции предполагает соответствие материала основным положениям современной науки, абсолютное преобладание объективного фактора и доказательность выдвигаемых положений. Для научно обоснованной лекции характерны ясность, логичность, аргументированность, точность и сжатость.

Принцип доступности лекции предполагает, что содержание учебного материала должно быть понятным, а объем этого материала посильным для всех студентов. Это означает, что степень сложности лекционного материала должна соответствовать уровню развития и имеющемуся запасу знаний и представлений студентов.

Систематичность лекционного материала определяется взаимосвязью изучаемого материала с ранее изученным, постепенным повышением сложности рассматриваемых вопросов, взаимосвязью частей изучаемого материала, обобщением изученного материала, стройностью изложения материала по содержанию и внешней форме его подачи, рубрикацией курса, темы, вопроса и единообразием структуры построения материала.

Принцип наглядности содержания лекции требует использования при чтении лекции визуальных носителей информации в виде презентаций, поскольку основной поток информации в учебном процессе воспринимается обучаемым зрительно. Демонстрационный материал во всех случаях должен играть подчиненную роль и не подменять содержания лекции. В каждый момент лекции необходимо демонстрировать только тот наглядный материал, который иллюстрирует излагаемые положения.

При проведении лекционных занятий по дисциплине используются следующие виды лекций: информационные, проблемные, лекции-визуализации, лекции с опорным конспектированием.

Основным признаком информационной лекции является простой способ передачи готовых знаний учащимся через монологическую форму общения.

В отличие от информационной лекции, в проблемной лекции, лекции-визуализации происходит активное освоение содержание обучения с включением механизмов творческого осмысления. В этом процессе учащиеся проявляют собственную активность в контексте диалогического взаимодействия и общения в ходе лекции.

Лекции проблемного характера отличает то, что процесс познания студентов приближается к поисковой, исследовательской деятельности. При этом обеспечивается достижение трех основных целей: усвоение студентами теоретических знаний, развитие теоретического мышления и формирование познавательного интереса к содержанию учебного предмета и профессиональной мотивации будущего специалиста. На такой лекции новое знание вводится через проблемность вопроса, задачи или ситуации. При этом процесс познания студентов в сотрудничестве и диалоге с преподавателем приближается к исследовательской деятельности. Содержание проблемы раскрывается путем организации поиска ее решения или суммирования и анализа традиционных и современных точек зрения.

Другая форма лекции – лекция-визуализация – является результатом поиска новых возможностей реализации известного в дидактике принципа наглядности, содержание которого меняется под влиянием данных психолого-педагогической науки, форм и методов активного обучения. Лекция-визуализация представляет собой визуальную форму подачи лекционного материала средствами компьютерной техники или аудио- и видеотехники (видео-лекция). Чтение такой лекции сводится к развернутому или краткому комментированию просматриваемых визуальных материалов.

Лучше использовать разные виды наглядности – натуральной, изобразительной, символической. При переходе от текста к зрительной форме или от одного вида наглядности к другому теряется некоторое количество информации. Однако это может быть преимуществом, поскольку позволяет сконцентрировать внимание на наиболее важных аспектах и особенностях содержания лекции, способствовать его пониманию и усвоению.

2 Практические занятия (семинары)

Практические занятия являются важной частью учебного процесса в вузе. Они проводятся с целью закрепления лекционного материала, овладения понятийным аппаратом предмета, методами и приёмами исследования, изучаемыми в рамках учебной дисциплины. Главной целью такого рода занятий является научиться применению теоретических знаний на практике.

Содержание практических занятий по дисциплине «Математический анализ» представлено в таблице.

Неделя	**Наименование раздела /темы дисциплины**	**Содержание**
1-3	**1. Вещественные и комплексные числа. Пределы числовых последовательностей**	
1	1.1.Вещественные числа.	Рациональные и иррациональные числа, свойства, приближение иррациональных чисел рациональными, абсолютная и относительная погрешности. Метод математической индукции, доказательство ряда формул. Бином Ньютона. Точная нижняя и точная верхняя грани формы комплексных чисел. *Сборники задач [3], [8]*
1-2	1.2. Комплексные числа.	Определение, действия над комплексными числами. Геометрический смысл. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел. Формула Эйлера, показательная форма комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корней (формулы Муавра). Решение задач на выполнение действий *Сборника [6], глава 1.*
3	1.3. Пределы числовых последовательностей	Доказательство сходимости для простых последовательностей на основе определения. Вычисление пределов числовых последовательностей с использованием свойств арифметических операций. Решение задач на темы: монотонные последовательности, верхний и нижний пределы. Применение критерия Коши для доказательства сходимости (расходимости) последовательностей. *Сборники задач [3], [8]*
3-6	**2. Пределы функций. Непрерывные функции**	
3-4	2.1. Понятие функции. Элементарные функции Предел функции, непрерывные функции	Вычисление пределов функций с использованием свойств арифметических операций, первого и второго замечательных пределов. Вычисление пределов сложных функций. Вычисление пределов с использованием таблицы эквивалентных бесконечно малых величин. *Сборники задач [3], [8]*
5-6	2.2. Непрерывные функции и разрывные функции	Исследование функций на непрерывность. Определение и классификация точек разрыва. Построение графиков. *Сборники задач [3], [8]*
6-14	**3. Дифференциальное исчисление**	
6-8	3.1. Производная и	Вычисление производных и дифференциалов. Приложения:

	дифференциал функции.	приближенные вычисления, уравнения касательной и нормали. Дифференцирование неявно заданной, обратной, параметрически заданной функции. Повторное дифференцирование. *Сборники задач [3], 84]*
9-11	3.2. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Исследование функций. Монотонность, выпуклость, вогнутость, экстремумы, точки перегиба. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. *Сборники задач [3], [4]*
11-14	3.3. Применение дифференциального исчисления.	Построение графиков функций с полным исследованием. Правило Лопиталя, формула Тейлора. *Сборники задач [3], [8]*
14-16	**4. Неопределенные интегралы**	
14	4.1. Первообразная функции. Неопределённый интеграл	Неопределенный интеграл. Простейшие методы интегрирования: табличные интегралы, формула замены переменной и интегрирование по частям. *Сборники задач [3], [8]*
15	4.2. Интегрирование рациональных функций. .	. Основные приёмы и методы вычисления неопределенных интегралов. Интегрирование неправильной и правильной дроби (рациональной функции), *Сборники задач [3], [8]*
15-16	Интегрирование некоторых тригонометрических	Интегрирование основных типов тригонометрических выражений. Тригонометрические подстановки. *Сборники задач [3], [8]*
16	Интегрирование некоторых иррациональных выражений	Интегрирование основных типов иррациональных выражений. Дробно-линейные иррациональности. Подстановки Эйлера. Интегрирование биномиальных дифференциалов. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Эллиптические интегралы. *Сборники задач [3], [8*
Второй семестр		
1-5	**5. Определенные интегралы и их приложения**	
1-2	5.1. Определённый интеграл Римана.	Вычисление определенных интегралов (формула Ньютона-Лейбница, замена переменных, интегрирование по частям) *Сборники задач [3], [8]*
3-4	5.2. Приложения определенных интегралов.	Вычисление с помощью определенных интегралов площади фигуры, длины кривой, объема тела (методом сечений и объем тела вращения), площади поверхности вращения. *Сборники задач [3], [8]*
5	5.3. Несобственные интегралы.	Вычисление несобственных интегралов первого и второго рода. Признаки сходимости несобственных интегралов. *Сборники задач [3], [8]*
4-11	**6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**	
6	6.1. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.	Вычисление пределов и исследование на непрерывность функций нескольких переменных. *Сборники задач [3], [8]*
7-8	6.2. Частные производные, дифференцируемые функции нескольких переменных. Дифференциал первого порядка.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Вычисление частных производных, дифференциалов, дифференцирование сложной, неявно заданной функции. Касательная плоскость. Приближенные вычисления с помощью первого дифференциала. *Сборники задач [3], [8]*

8-9	6.3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Локальный экстремум функций нескольких переменных.	Повторное дифференцирование. Вычисление дифференциалов и производных высших порядков. Разложение функции по формуле Тейлора. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных. *Сборники задач [3], [8]*
10	6.4. Локальный экстремум функций нескольких переменных.	Нахождение экстремумов функций нескольких переменных. *Сборники задач [3], [8]*
11	Неявная функция. Условный экстремум.	Нахождение частных производных функции, заданной неявно. Нахождение условных экстремумов функции (метод исключения неизвестных, метод Лагранжа) *Сборники задач [3], [8]*
12-16	**7. Числовые и функциональные ряды**	
12-13	7.1. Числовые ряды. Функциональные ряды и последовательности.	Сходимость числового ряда, нахождение суммы ряда, признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Исследование сходимости знакопеременных рядов (абсолютная, условная сходимость). Нахождение области сходимости функциональных рядов. *Сборники задач [3], [8]*
14-15	7.2. Степенные ряды. Ряды Тейлора.	Нахождение радиуса сходимости и области сходимости степенного ряда, вычисление суммы ряда с помощью дифференцирования и интегрирования. Разложение функции в ряд Тейлора. *Сборники задач [3], [8]*
16	7.3. Ряды Фурье.	Разложение в ряд Фурье функций. Построение ряда Фурье для четных и нечетных функций. Четное и нечетное продолжение. *Сборники задач [3], [8]*.

Практические занятия — метод обучения, обеспечивающий связь теории и практики, содействующий выработке у студентов умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы.

Практические занятия представляют собой занятия по решению различных прикладных задач, образцы которых были даны на лекциях. В итоге у каждого обучающегося должен быть выработан определенный профессиональный подход к решению каждой задачи.

Практические занятия по курсу могут проводиться в различных формах. Рекомендуются активные формы занятий, такие как дискуссия, деловая игра, тренинг. Преподавателю важно давать задания в соответствии с возможностями обучающихся на данной стадии обучения, чтобы обеспечить им уверенность в своих силах.

Практическое занятие должно опираться на известный теоретический материал, который изложен или на который дана соответствующая ссылка в лекции.

Практическое занятие должно быть нацеленным на формирование определенных умений и закрепления определенных навыков, поэтому цель занятия должна быть заранее известна и понятна преподавателю и обучающимся. Лучше иметь сформулированные в письменном виде цель, задачи, содержание и последовательность занятия, ожидаемый результат.

Одно или несколько занятий желательно провести в компьютерном классе с доступом в глобальную сеть. Целью такого занятия может быть помощь в организации выполнения заданий самостоятельной работы, которые ориентированы на поиск информации в Интернет.

Обучающиеся должны всегда видеть ведущую идею курса и ее связь с практикой. Это придает учебной работе актуальность, утверждает необходимость овладения опытом профессиональной деятельности, связывает её с практикой жизни. В таких условиях задача преподавателя состоит в том, чтобы больше показывать обучающимся практическую значимость ведущих научных идей и принципиальных научных концепций и положений.

Примерные цели практических занятий:

1) помочь обучающимся систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера;

2) научить студентов приемам решения практических задач, способствовать овладению навыками;

3) формировать умение учиться самостоятельно, т.е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

Содержание практических занятий и методика их проведения должны обеспечивать развитие творческой активности личности. Они развивают научное мышление и речь обучающихся, позволяют проверить их знания, выступают важным средством оперативной обратной связи. Поэтому практические занятия должны выполнять не только познавательную и воспитательную функции, но и способствовать росту их креативности.

Практические занятия проводятся в двух формах: выполняются индивидуально и в групповой форме. При разработке практических занятий должна быть учтена форма их проведения и возможности интерактивного обучения. Групповая форма предполагает обсуждение слушателями конкретной проблемы в группе по каждому этапу изучения дисциплины.

Прежде чем приступить к изучению темы, необходимо прокомментировать основные вопросы плана лекции. Такой подход преподавателя помогает студентам быстро находить нужный материал к каждому из вопросов, не задерживаясь на второстепенном.

Важно развивать у студентов умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал.

Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования у студентов.

Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы.

Преподаватель может предложить студентам подумать над постановкой таких вопросов по теме лекции, которые вызовут интерес своей неоднозначностью, противоречивостью, разделят участников семинара на оппонирующие группы. А это как раз то, что нужно для дискуссии, для активизации, для поиска студентами истины, которая, как известно, рождается в споре. Само собой разумеется, что и в арсенале преподавателя должны быть заготовлены вопросы для создания проблемных ситуаций, если они не будут созданы выступлениями студентов.

В процессе подготовки, прорабатывая предложенные вопросы, студент определяет для себя один-два из них (можно, конечно и больше), в которых он чувствует себя наиболее уверенно и в качестве консультанта или оппонента намерен задать тон на семинаре.

Практические занятия предполагают не просто обсуждение студентами учебного материала, а выполнение ими определенных практических заданий. Систему таких заданий часто называют практикумом.

Функции практических занятий:

1) закрепление теоретических знаний на практике;

2) усвоение умений исследовательской работы;

3) усвоение умений практической работы;

4) применение теоретических знаний для решения практических задач;

5) самопознание;

6) саморазвитие.

Соответствующие задачи ставятся преподавателем при планировании каждой работы. Те или иные функции могут выдвигаться на первый план в зависимости от того, в рамках каких образовательных программ проводятся занятия.

Практическое занятие (семинар) – один из наиболее сложных и в то же время плодотворных видов (форм) вузовского обучения и воспитания. В условиях высшей школы семинар – один из видов практических занятий, проводимых под руководством преподавателя.

Целью практических занятий (семинаров) является:

1) закрепление методов анализа;

2) проверка уровня понимания студентами вопросов, рассмотренных на лекциях и по учебной литературе, степени и качества усвоения материала студентами;

3) обучение навыкам решения поставленных задач и умение подобрать необходимый метод решения;

4) восполнение пробелов в пройденной теоретической части курса и оказание помощи в его усвоении.

При условии соблюдения требований методики их проведения семинары выполняют многогранную роль:

1) стимулируют регулярное изучение студентами первоисточников и другой литературы, а также внимательное отношение к лекционному курсу;

2) закрепляют знания, полученные студентами при прослушивании лекции и самостоятельной работе над литературой;

3) расширяют круг знаний благодаря выступлениям товарищей и преподавателя на занятии;

4)позволяют студентам проверить правильность ранее полученных знаний, вычленить в них наиболее важное, существенное;

5) способствуют превращению знаний в твердые личные убеждения, рассеивают сомнения, которые могли возникнуть на лекциях и при изучении литературы, что особенно хорошо достигается в результате столкновения мнений, дискуссии;

6) прививают навыки самостоятельного мышления, устного выступления по теоретическим вопросам, оттачивают мысль, приучают студентов свободно оперировать терминологией, экономическими понятиями и категориями;

7) предоставляют возможность преподавателю систематически контролировать уровень самостоятельной работы студентов над первоисточниками, другим учебным материалом, степень их внимательности на лекциях;

8) позволяют изучить мнения, интересы студентов, служат средством контроля преподавателя не только за работой студентов, но и за своей собственной как лектора и руководителя семинара, консультанта и т. д.

При разработке методики семинарских занятий важное место занимает вопрос о взаимосвязи между семинаром и лекцией, семинаром и самостоятельной работой студентов, о характере и способах такой взаимосвязи. Семинар не должен повторять лекцию, и, вместе с тем, его руководителю необходимо сохранить связь принципиальных положений лекции с содержанием семинарского занятия.

При подготовке к семинару студентами осуществляется весьма объемная работа по углубленному проникновению в суть вынесенной для обсуждения проблемы. В ходе семинара студент учится публично выступать, видеть реакцию слушателей, логично, ясно, четко, грамотным литературным языком излагать свои мысли, проводить доводы, формулировать аргументы в защиту своей позиции.

На семинаре каждый студент имеет возможность критически оценить свои знания, сравнить со знаниями и умениями их излагать других студентов, сделать выводы о необходимости более углубленной и ответственной работы над обсуждаемыми проблемами.

В ходе семинара каждый студент опирается на свои конспекты, сделанные на лекции, собственные выписки из учебников, первоисточников, статей, другой специальной литературы, на словарь по данной теме. Семинар стимулирует стремление к совершенствованию конспекта, желание сделать его более информативным, качественным.

От семинара к семинару, на всех его этапах и их коррекции студент поднимается на более высокую ступеньку собственной зрелости, своего мнения более эффективно работать над проблемами, непосредственно относящимися к его будущей профессии.

Семинар – эффективная форма закрепления полученных по обсуждаемой проблеме знаний, видения этой проблемы в целом, осознания ее соотнесенности с другими темами в рамках целостной концепции.

С точки зрения методики проведения семинар представляет собой комбинированную, интегративную форму учебного занятия. Он предполагает возможность использования рефератов, фрагментов первоисточников, устных и письменных понятийных диктантов, тестов, заданий типа «закончите предложение» и др.

Для стимулирования самостоятельного мышления на занятиях используются различные активные методы обучения: проблемные ситуации, игры, педагогические задачи, тесты, интерактивный опрос.

В практике семинарских занятий используется следующий ряд форм: развернутая беседа, семинар-диспут, комментированное чтение, упражнения на самостоятельность мышления, письменная (контрольная) работа, семинар-коллоквиум и другие.

1. Развернутая беседа – наиболее распространенная форма семинарских занятий. Она предполагает подготовку всех студентов по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы; выступления студентов (по их желанию или по вызову преподавателя) и их обсуждение; вступление и заключение преподавателя. Развернутая беседа позволяет вовлечь в обсуждение изучаемой проблематики наибольшее число студентов, разумеется, при использовании всех средств их активизации: постановки хорошо продуманных, четко сформулированных дополнительных вопросов к выступающему и всей группе, умелой концентрации внимания студентов на сильных и слабых сторонах выступлений студентов, своевременном акцентировании внимания и интереса студентов на новых моментах, вскрывающихся в процессе работы и т. д.

Развернутая беседа не исключает, а предполагает и заранее запланированные выступления отдельных студентов по некоторым дополнительным вопросам. Но подобные сообщения выступают здесь в качестве не основы для обсуждения, а лишь дополнения к уже состоявшимся выступлениям.

2. Семинар-диспут имеет ряд достоинств. Кроме других задач, обычно реализуемых на семинаре, эта форма наиболее удобна для выработки у студентов навыков полемиста. Диспут может быть и самостоятельной формой семинара, и элементом других форм практических занятий. В первом случае наиболее интересно проходят такие занятия при объединении двух или нескольких семинарских групп, когда с докладами выступают студенты одной группы, а оппонентами – другой, о чем договариваются заранее. Вопросы, выносимые на подобные семинары, должны всегда иметь теоретическую и практическую значимость.

Диспут как элемент обычного семинара может быть вызван преподавателем в ходе занятия или же заранее планируется им. Полемика возникает подчас и стихийно. В ходе полемики студенты формируют у себя находчивость, быстроту мыслительной реакции и, главное, отстаиваемое в споре мировоззрение складывается у них как глубоко личное.

3. Комментированное чтение первоисточников на семинаре преследует цель содействовать более осмысленной и тщательной работе студентов над рекомендуемой специальной литературой. Чаще всего оно составляет лишь элемент обычного семинара в виде развернутой беседы и длится всего 15-20 минут. Комментированное чтение позволяет приучать студентов лучше разбираться в специальных источниках. Комментирование может быть выделено в качестве самостоятельного пункта плана семинара.

4. Упражнения на самостоятельность мышления обычно входят в качестве одного из элементов семинарского занятия. Преподаватель подбирает задания, практические задачи, мини-кейсы, выполнение и решение которых требует от студентов самостоятельной мыслительной активности, проявление способности применять полученные знания в конкретной практико-ориентированной ситуации. Решение задач на самостоятельность мышления содействует формированию у студентов способности более глубоко вникать в профессиональные проблемы.

5. Контрольные (письменные) работы / тесты также практикуются на семинарах. На них может быть отведено от 15 минут до целой пары. Тема работы может быть сообщена студентам заранее, а иногда и без предупреждения по одному из пунктов плана текущего семинара. Такая работа носит характер фронтальной проверки знаний всех студентов по определенному разделу курса. Содержание работ анализируется преподавателем на очередном занятии, что вызывает всегда обостренный интерес студентов и активизирует их последующую подготовку к семинарским занятиям. Если на контрольную работу отводится 15-45 минут, то после ее написания работа семинара продолжается обычным порядком. В течение семинарского курса целесообразно провести несколько контрольных работ различных типов.

6. Коллоквиумы-собеседования преподавателя со студентами проводятся в конце изучаемого курса с целью выяснения знаний по обобщенным темам дисциплины, их углубленного изучения.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению как со стороны преподавателей, так и обучающихся. Преподаватель в начале семестра (учебного года) должен обеспечить обучающихся методическими материалами для своевременной подготовки их к активным формам занятий, в том числе и к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обратить внимание обучающихся на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т. д.).

Планы семинарских занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводных занятиях или в методических указаниях по данной дисциплине.

Начиная подготовку к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, указать студентам страницы в конспекте лекций, разделы учебников и учебных пособий, чтобы они получили общее представление о месте и значении темы в изучаемом курсе. Затем следует рекомендовать им поработать с дополнительной литературой, сделать записи по рекомендованным источникам.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемой книги, выделить основные положения, проследить их логику и тем самым проникнуть в творческую лабораторию автора.

Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

Нередко среди начинающих преподавателей можно встретить людей, полагающих, будто записи – дело простое, требующее, в основном, усилий рук, а не головы. Это сугубо ошибочное представление. Полноценные записи отражают не только содержание прочитанного, но и результат мыслительной деятельности студента.

Важно развивать у студентов умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал. Поэтому написание конспектов по рассматриваемым вопросам является обязательным элементом подготовки студентов к аудиторным занятиям.

Желательно, чтобы на занятии студент излагал материал свободно. Прикованность к конспекту объясняется обычно следующими причинами:

а) плохо продумана структура изложения, вопрос не осмыслен во всей его полноте, студент боится потерять нить мыслей, нарушить логическую последовательность высказываемых положений, скомкать выступление;

б) недостаточно развита культура устной речи, опасение говорить «коряво» и неубедительно;

в) материал списан из учебных пособий механически, без достаточного осмысливания его;

г) как исключение, материал списан у товарища или же используется чужой конспект.

Любая из перечисленных причин, за исключением второй, говорит о поверхностной или же просто недобросовестной подготовке студента к занятию.

Важно научить студентов во время выступления поддерживать постоянную – связь с аудиторией, быстро, не теряясь, реагировать на реплики, вопросы, замечания, что дается обычно не сразу, требует постоянной работы над собой. Выступающий обращается к аудитории, а не к преподавателю, как школьник на уроке. Контакт со слушателями – товарищами по группе – помогает студенту лучше выразить свою мысль, реакция аудитории позволит ему почувствовать сильные и слабые стороны своего выступления. Без «обратной связи» со слушателями выступление студента – это разговор с самим собой, обращение в пустоту; ему одиноко и неуютно за кафедрой, поэтому на семинаре неплохо ввести в традицию анализ не только содержания выступлений, но и их формы – речи, дикции, поведения за кафедрой, характера общения с аудиторией.

Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Математический анализ».

- проверка правильности выполнения домашнего задания;
- решение задач на семинарах у доски;
- мозговой штурм, командная работа;
- защита индивидуальных домашних заданий;

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей Интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

3 Оценочные средства по дисциплине

Оценочные средства по дисциплине обеспечивают проверку освоения планируемых результатов обучения посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации.

3.1 Экзамен

а) типовые вопросы:

Типовые вопросы, семестр 1

1. Рациональные числа, иррациональные числа, действительные числа. Сравнение, операции, геометрическая интерпретация

2. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.

3. Верхняя и нижняя грани числового множества. Точная грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Теорема об отделимости числовых множеств.

4. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные

последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.

5. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).

6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Примеры.

7. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "e".

8. Принцип вложенных отрезков (теорема Кантора).

9. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

10.Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.

11. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

12. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Элементарные функции. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.

13. Свойства предела функции в точке (свойства, связанные с арифметическими операциями, локальные свойства).

14. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.

15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и теоремы о них. Примеры.

16. Первый замечательный предел и его следствия.

17. Второй замечательный предел и его следствия.

18. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.

19. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Порядок бесконечно малой функции.

o- и O- символика. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

20. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.

21. Свойства непрерывных в точке функций, связанные с арифметическими операциями. Непрерывность сложной функции.

22. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.

23. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса 1, 2 о свойствах функции, непрерывной на отрезке.

24. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

25. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции. Примеры.

26. Понятие производной функции в точке, необходимое условие существования производной.

27. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.

28. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.

29. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.

30. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.

31. Производные высших порядков. Таблица n-ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически.

32. Дифференциал n-ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и неинвариантность дифференциала порядка $n \geq 2$.

33. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.

34. Теорема Лагранжа и её следствия. Формула конечных приращений Лагранжа.

35. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.

36. Правило Лопиталя. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопиталя.

37. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.

38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.

39. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-3).

40. Локальный экстремум (определение). Необходимое условие экстремума (теорема Ферма). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).

41. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.

42. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.

43. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.

44. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).

45. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям .46. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.

47. Таблица интегралов. Примеры вычисления простейших интегралов.

48.Алгебраические многочлены и разложение многочленов на множители. Разложение рациональной функции в сумму простейших.

49. Интегрирование рациональных функций. Методы нахождения неопределенных коэффициентов.

50.Интегрирование тригонометрических выражений.

51. Интегрирование иррациональных выражений.

Задачи к билетам, 1 семестр.

Билет №1.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-1}{\ln(1+2tg2x)}$.

2. Написать разложение функции $f(x)=\ln(1+\sin x)$ по целым положительным степеням x до членов 4 порядка с остаточным членом в форме Пеано.

3. Найти интеграл $\int x^3\ln^2 xdx$.

Билет №2.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+2x-3x^2+4x^3)}{\ln(1-x+2x^2-7x^3)}$.

2. Исследовать непрерывность функции $f(x)=\dfrac{2|x-1|}{x^2-x^4}$.

3. Найти интеграл $\int arctg\sqrt{x}\,dx$

Билет №3.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+2x}\cdot\sqrt[3]{1+3x}-1}{e^x-1}$

2. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически $x=e^t sint,\ y=e^t cost$.

3. Найти интеграл $\int \dfrac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}}dx$.

Билет №4.

1. Найти все значения корня $\sqrt[3]{2+3i}$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} (tgx)^{\cos x}$.

3. Найти интеграл $\int\sqrt{1+\sqrt[4]{x}}\cdot dx$

Билет №5.

1. Сравнить бесконечно малые: $(x\to 1)$ $\alpha(x)=\ln x$, $\beta(x)=1-\sqrt{x}$ и $\gamma(x)=\ln(1+x)$ с $\mu(x)=x-0.5x^2, x\to 0$.

2. Вычислить производную второго порядка от неявно заданной функции $y(x)$

$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$, $y''_{xx}=?$

3. Найти интеграл $\int\ln(x^2+1)dx$.

Билет №6.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 1-0} \ln x\cdot\ln(1-x)$

2. Найти направления выпуклости и точки перегиба графика функции $y=\ln(1+x^2)$.

3. Найти интеграл $\int\frac{dx}{2+\sqrt[3]{x+1}}$.

Билет №7.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tgx - \sin x}{x^3}$.

2. Найти вторую производную функции, заданной параметрически

$x = \arcsin t, \quad y = \sqrt{1-t^2} \quad , \quad y''_{xx} = ?$

3. Найти интеграл $\int \dfrac{\arccos x}{\sqrt{1-x}} dx$.

Билет №8.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x \sin x - x - x^2}{\sin x - x}$

2. Доказать неравенство $x > \ln(1+x^2)\ (x > 0)$.

3. Найти интеграл $\int \dfrac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$.

Билет №9.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - \cos x - x}{\ln(1+x) - \sin x}$

2.Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$, если $r = a\varphi$ (спираль Архимеда ((r, φ)- полярные координаты).

3. Найти интеграл $\int (x+3)\sin x dx$

Билет №10.

1 Найти $\lim_{x\to 0}(cosx)^{ctgx}$.

2. Написать разложение функции $f(x) = e^{2x-x^2}$ по целым положительным степеням x до членов 2 порядка с остаточным членом в форме Лагранжа.

3. Найти интеграл $\int \dfrac{(x + 2x\ln x)dx}{2 + x^2 \ln x}$.

Типовые вопросы, семестр 2

1. Определённый интеграл Римана. Основные определения. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Условие интегрируемости.

2. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла, связанные с операциями над функциями.

3. Свойства интеграла, связанные с отрезками интегрирования и неравенствами. Оценки интервалов.

4. Теоремы о среднем.

5. Непрерывность и дифференцируемость интеграла по верхнему пределу.

6. Теорема (формула) Ньютона-Лейбница.

7. Теорема о замене переменной в определённом интеграле, формула интегрирования по частям в определённом интеграле.

8. Площадь фигуры на плоскости (клеточные фигуры, квадрируемые фигуры, мера). Площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора, площадь фигуры с параметрически заданной границей.

9. Объём тела (клеточное тело, кубируемое тело, мера). Объём цилиндрического тела, объём тела с заданными площадями сечений, объём тела вращения.

10. Длина кривой (определение спрямляемой кривой, длины кривой, теорема о длине, формулы длины для разных случаев задания кривой).

11. Площадь поверхности вращения (определение, теорема). Теорема Гульдена. Физические приложения определённых интегралов.

12. Несобственные интегралы первого рода (определение; свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).

13. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).

14. Условие сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций - признаки сходимости.

15. Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственных интегралов.

16. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов (определение, теорема).

17. Метрическое пространство (определение, сходящиеся и фундаментальные последовательности, открытые и замкнутые множества, компакт, пространство $\boldsymbol{R}^n$).

18. Функции многих переменных. Предел функции в точке, предел по множеству, по направлению.

19. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте, на связном множестве.

20. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал. Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции многих переменных.

21. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала.

22. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению. Градиент.

23. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

24. Дифференциалы высших порядков (определение, формы записи, неинвариантность 2-го и высших дифференциалов).

25. Формула Тейлора для функции многих переменных.

26. Теорема о неявной функции.

27. Дифференцируемое отображение. Якобиан и его свойства. Системы функций, заданных неявно - теорема. Якобиан и зависимость - независимость функций.

28. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума.

29. Достаточные условия экстремума функции многих переменных. Проверка экстремума для функции двух переменных.

30. Условный экстремум: прямой метод, метод Лагранжа.

31. Числовые ряды (понятие ряда, сходимость, частичная сумма, сумма). Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши.

32. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости: через частичные суммы, интегральный признак.

33. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения и его следствия.

34. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда.

35. Знакочередующийся ряд. Признак сходимости Лейбница, следствие.

36. Абсолютная и условная сходимость ряда (определение, свойства абсолютно сходящихся рядов). Примеры исследования сходимости ряда. Признаки Абеля и Дирихле.

37. Функциональные последовательности и ряды: сходимость, равномерная сходимость, связь утверждений о функциональных последовательностях и рядах.

38. Критерий Коши равномерной сходимости, признак Вейерштрасса.

39. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов - непрерывность предельной функции и суммы ряда.

40. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: почленная дифференцируемость и интегрируемость.

41. Степенные ряды. Теорема Абеля, радиус сходимости, круг (интервал) сходимости, формула Коши-Адамара.

42. Формула Даламбера для радиуса сходимости.

43. Ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для элементарных функций.

44. Ортогональная система функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье, формулы для коэффициентов. (Ряды Фурье для чётных и нечётных функций).

45.Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции тригонометрическими многочленами (без доказательства). Теорема о замкнутости тригонометрической системы и следствия из нее.

46. Признак Дини сходимости ряда Фурье и его следствия (лемма Римана, ядро Дирихле, формула Дирихле для частичных сумм).

46. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Простейшие условия равномерной сходимости ряда Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.
47. Теорема о сходимости тригонометрического ряда Фурье кусочно-гладкой функции в любой

точке бесконечной прямой (без доказательства). Вид тригонометрического ряда Фурье функции, заданной на сегменте [*l, l*].

Задачи к билетам, 2 семестр.

Задачи, вариант № 1

по курсу ''Математический анализ'' . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_0^1 \arccos x dx$.

2. Исследовать на экстремум функцию $f(x,y) = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2}{n^4 - n^2 + 1}$.

Задачи, вариант № 2

по курсу ''Математический анализ'' . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$.

2. Найти дифференциалы первого и второго порядка от функции $u = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x-2)^n}{n^2 + 1}$.

Задачи, вариант № 3

по курсу ''Математический анализ'' . 2 семестр.

1. Найти длину дуги кривой $y = x^{\frac{3}{2}}, \quad 0 \le x \le 4$ **.**

2. Функцию $f(x,y) = \frac{x}{y}$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки A(1,1), до второго порядка включительно.

3. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+3)2^n}$.

Задачи, вариант № 4

по курсу ''Математический анализ'' . 2 семестр.

1. Вычислить длину дуги кривой $x = 6(\cos t + t\sin t), \quad y = 6(\sin t - t\cos t), \quad 0 \le t \le \pi.$

2. Найти первую и вторую производные для функции, определяемой уравнением $\ln\sqrt{x^2+y^2} = arctg\,\frac{y}{x}$.

3. Исследовать на экстремум функцию $f(x,y)=x^2y^3(6-x-y)$, $x>0,\ y>0$.

Задачи, вариант № 5

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r=1+\cos\varphi$.

2. Найти градиент функции $u(x,y,z)$ и производную по направлению **l** в точке М, если $u=(x^2+y^2+z^2)^{3/2}$, $l=(1,1,1)$, $M(2,0,1)$.

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$.

Задачи, вариант № 6

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_0^{\sqrt{2}} x\,arctg\,x\,dx$.

2. Найти экстремумы функции $z=1+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ при условии $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{1}{8}$.

3. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n}{2n+1}\right)^{2n^2}$.

Задачи, вариант № 7

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\arccos x,\quad y=0,\quad x=0.$

2. Найти градиент функции $u(x,y,z)$ и производную по направлению **l** в точке М, если $u=x^2z\sin(xyz)$, $l=(1,1,1)$, $M(1,\pi,2)$.

3. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}(x-2)^n}{n^2+1}$.

Задачи, вариант № 8

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_1^e \ln^2 x\,dx$.

2. Функцию $f(x,y)=ye^{x-1}$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки A(1,1), до второго порядка включительно .

3. Найти радиус, интервал сходимости ряда, исследовать в граничных точках

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+6n+1}{3^n}x^n$$

Задачи, вариант № 9

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\arccos x,\quad y=0,\quad x=0.$

2. Найти экстремумы функции $z=1+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ при условии $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{1}{3}$.

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}n(n+5)x^{n-1}$.

Задачи, вариант № 10

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Найти длину дуги кривой $x=a\cos^3 t.\quad y=a\sin^3 t,\quad 0\le t\le \pi/2$.

2. Исследовать на экстремум функцию $f(x,y)=x^2+xy+y^2-6x-9y$.

3. Найти радиус, интервал сходимости ряда, исследовать в граничных точках $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{3/2}+5}{(n^2+10)4^n}x^n$

.

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов):

Экзаменационный билет содержит один (два) теоретических вопроса и три (две) задачи.

По результатам выполнения зачетной работы оценивается уровень освоения обучающимся материала, предусмотренного учебной программой, уровень владения профессиональными терминами, умение обучающегося использовать теоретические знания при решении практических задач.

Экзамен считается сданным, если итоговый результат за выполненные задания составляет от 20 до 40 баллов. По каждому из 4-х заданий выставляется от 0 до 10 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

3.2 Контрольная работа

а) примеры тестовых заданий:

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 4 задачи, и еще хотя бы одна задача решена с негрубыми ошибками (получено 18 баллов и выше).

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из первых пяти заданий оценивается в 4 баллов, последние две – 5 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично с 27 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

г) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи, и еще хотя бы одна задача решена с негрубыми ошибками (получено 18 баллов и выше). Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из заданий оценивается в 5 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично с 27 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно	Сумма баллов решенных задач

с 0 до 17 баллов	

4 Итоговая аттестация по дисциплине

Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.

Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:

- контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
- контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.

Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	**1-16**	**36 - 60% от максимума**	**60**
Контрольная точка № 1	**8**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 1	8	18	30

Контрольная точка № 2	**15-16**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 2	15	18	30
Промежуточная аттестация	**-**	**24 (60% от 40)**	**40**
Экзамен	-		
Экзаменационный билет	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		**60**	**100**

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

На каждом практическом занятии выполняются задания по пройденным темам согласно рабочему плану изучения дисциплины. Применяется групповое оценивание ответа или оценивание преподавателем.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде экзамена, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений применять их в решении практических задач, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет сумму баллов, заработанных обучающимся при выполнении заданий в рамках текущей и промежуточной аттестации

Сумма баллов	**Оценка по 4-х балльной шкале**	**Оценка ECTS**	**Требования к уровню освоения учебной дисциплины**
90-100	5- «отлично»/ «зачтено»	A	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал,

			исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы
85-89	4 - «хорошо»/ «зачтено»	B	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос
75-84		C	
70--74		D	
65-69	3 - «удовлетворительно» / «зачтено»		Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала
60-64		E	
0-59	2 - «неудовлетворительно»/ «не зачтено»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ (О)

Кафедра Высшей математики

Утверждено на заседании
УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол от 30.08.2021 № 1-8/2021

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

для студентов

по освоению дисциплины

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

название дисциплины

для направления подготовки

22.03.01 Техническая физика

код и название направления подготовки

Форма обучения: очная

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины «Математический анализ» (рекомендуемый режим и характер учебной работы, в том числе в части выполнения самостоятельной работы) – комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющий обучающимся оптимальным образом организовать процесс изучения как теоретического учебного материала дисциплины, так и подготовки к практическим занятиям и/или лабораторным работам, в том числе проводимым с использованием активных и интерактивных технологий обучения.

Целью дисциплины является теоретическая подготовка и получение практических навыков по математическому анализу для успешного усвоения фундаментальных, общетехнических и специальных дисциплин учебного плана, а также для возможности изучения специальной литературы, в случае необходимости самостоятельного углубления математических знаний после окончания ВУЗа; расширение общего кругозора, развитие логического мышления студентов, формирование потребности теоретического обоснования различных явлений.

Задачи дисциплины:

- создать у студентов достаточно широкую подготовку в области математики и воспитать математическую культуру;
- сформировать умения использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- привить навыки самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям.

Дисциплина «Математический анализ» реализуется в рамках обязательной части и относится к общепрофессиональному модулю.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1-2 семестре.

Основными видами учебной работы по данной дисциплине являются лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающихся. Для успешного освоения дисциплины студенты необходимо изучить лекционный материал и рекомендуемую литературу, отработать изученный материал на практических занятиях, выполнить задания для самостоятельной работы.

1 Лекции

Лекция – это важный источник информации по каждой учебной дисциплине. Она ориентирует студента в основных проблемах изучаемого курса, направляет самостоятельную работу над ним.

Содержание лекционного курса по дисциплине «Математический анализ» представлено в таблице

Лекционный курс

Неделя	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1-3	**1. Вещественные и комплексные числа. Пределы числовых последовательностей**	
1	**1.1. Вещественные числа.**	Вещественные числа. Грани числового множества. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Операции над вещественными числами, свойства операций. *Литература: 1,6,9*
1	**1.2. Комплексные числа.**	Понятие комплексного числа. Различные формы записи: алгебраическая, тригонометрическая, показательная. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корней (формулы Муавра). *Литература: 1,6,9,12*
2	**Пределы числовых последовательностей.**	Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности, их свойства. Сходящиеся последовательности. Ограниченность, единственность предела. Арифметические действия с пределами. Предельный переход в неравенствах. Теорема "о двух милиционерах". Теорема о монотонной и ограниченной последовательности. Бином Ньютона, число "e". Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательности. Свойства. Верхний и нижний предел. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Следствия. Критерий Коши сходимости последовательности. *Литература: 1,6,9*
3-5	**2. Пределы функций. Непрерывные функции**	
3-4	2.1. Пределы функций. Непрерывность функции в точке. Разрывные функции.	Понятие функции. Предел функции (по Гейне) в точке. Односторонние пределы. Свойства пределов функции в точке. Арифметические свойства функций, имеющих пределы. Эквивалентные бесконечно большие и бесконечно малые функции. Шкала сравнений. О(большое)- и о(малое)-символика. Непрерывность функции (по Гейне) в точке. Непрерывность слева и справа. Арифметические операции над непрерывными функциями.

		Сложная функция и ее непрерывность. Монотонные функции. Непрерывность монотонных функций. Понятие обратной функции. Монотонные функции, имеющие обратную. Простейшие элементарные функции. Непрерывность, свойства, графики элементарных функций. Предельные значения некоторых функций. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Предельный переход в степенно-показательных выражениях. Предельные значения некоторых сложных функций, таблица эквивалентных бесконечно малых. Определение предела функции в точке по Коши. Эквивалентность определений по Гейне и по Коши. Определение непрерывности функции по Коши. Критерий Коши существования предела функции. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса и Кантора. Разрывные функции. Классификация точек разрыва. Кусочно-непрерывные функции. *Литература: 1,6,9*
4-5	2.2. Теоремы о непрерывных функциях.	Определение предела функции в точке по Коши. Эквивалентность определений по Гейне и по Коши. Определение непрерывности функции по Коши. Критерий Коши существования предела функции. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса и Кантора. *Литература: 1,6,9*
6-12	**3. Дифференциальное исчисление**	
6-7	3.1. Производная и дифференциал функции.	Понятие производной функции в точке, физическая и геометрическая интерпретация. Понятие дифференцируемости функции, критерий дифференцируемости. Дифференциал функции, геометрический смысл дифференциала. Связь непрерывности и дифференцируемости. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная обратной и сложной функций. Производные основных элементарных функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Формулы и правила вычисления дифференциалов. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Производные от неявно заданных функций и функций, заданных параметрически. *Литература: 1,6,9*
8-10	3.2. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Теорема Ферма. Теорема Ролля. Формула Лагранжа и следствия из нее. Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши). Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. Теорема Тейлора. *Литература: 1,6,9*
10-12	3.3. Применение дифференциального	Теорема Тейлора, различные формы остаточного члена. Формулы

	исчисления.	Маклорена для основных элементарных функций. Локальный экстремум функции. Участки монотонности и необходимое условие существования локального экстремума для дифференцируемой функции. Достаточные условия существования локального экстремума дифференцируемой функции. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке. Отыскание максимального и минимального значения функции, краевой экстремум. Асимптоты, выпуклость, точки перегиба графика функции. Схема исследования графика функции. Приближённые вычисления. Векторная функция. Понятие предела и непрерывности для векторной функции. Производная и дифференциал векторной функции. Касательная к кривой. Геометрический смысл производной векторной функции *Литература: 1,6,9.*
12-16	**4. Неопределенные интегралы**	
12-13	**4.1.** Первообразная функции. Неопределённый интеграл.	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства. Таблица простейших интегралов. Основные методы интегрирования. Замена переменного в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. *Литература: 1,6,9*
13-14	4.2. Интегрирование рациональных функций.	Алгебраические многочлены и рациональные функции (дроби). Разложение дроби в сумму простейших. Методы нахождения неопределенных коэффициентов. Интегрирование рациональных функций. Метод Остроградского
15	4.3. Интегрирование некоторых тригонометрически х выражений.	Свойства рациональной функции двух переменных. Рационализация тригонометрических выражений с помощью различного вида подстановок.
16	4.4. Интегрирование некоторых и иррациональных выражений.	Интегрирование дробно-линейных иррациональностейПодстановки Эйлера. Интегрирование биномиальных дифференциалов. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Эллиптические интегралы. *Литература: 1,6,9.*
Второй семестр		
1-7	**5. Определенные интегралы и их приложения**	
1-4	5.1. Определённый интеграл Римана.	Интегральная сумма, ее предел, определение интеграла Римана. Неинтегрируемость неограниченной функции. Суммы Дарбу и их свойства. Интеграл Дарбу. Критерий интегрируемости. Основные классы интегрируемых функций. Основные свойства определённого интеграла: линейность, аддитивность как функции множества. Свойства, выраженные неравенствами. Теоремы о среднем. Определённый интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница и

		следствия из неё. *Литература: 1,6,9*
4-6	5.2. Приложения определенных интегралов.	Длина кривой. Кривые: простые кривые, гладкие кривые. Спрямляемость. Длина дуги. Формулы для нахождения длины. Дифференциал дуги. Векторное уравнение кривой. Кривизна. Площадь плоской фигуры. Понятие квадрируемости. Площадь. Свойства площади. Площадь криволинейной трапеции**.** Объём тела. Объём тела вращения. Другие геометрические и физические приложения определённых интегралов. *Литература: 1,6,9*
7	Несобственные интегралы.	Определение, критерий сходимости. Простейшие свойства несобственных интегралов. Сходимость и абсолютная сходимость. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Признаки сходимости. Сходимость абсолютная и условная. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственных интегралов. *Литература: 1,6,9*
7-12	**6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**	
7-8	6.1. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.	Множества точек в метрическом пространстве: открытость, ограниченность, связность, внутренние точки, предельные точки, граница Последовательности точек в конечномерном пространстве и их свойства. Основные свойства непрерывных функций нескольких переменных. *Литература: 1,7,9.*
8	6.2. Частные производные, дифференцируемые функции нескольких переменных. Дифференциал первого порядка.	Частные производные. Дифференцируемость. Дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Достаточные условия дифференцируемости. Производная в данном направлении. Градиент. Геометрические приложения: касательная плоскость и нормаль к поверхности, касательная прямая и нормальная плоскость к кривой. *Литература: 1,7,9.*
9-10	6.3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.	Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производны Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. *Литература: 1,7,9*
10	6.4. Локальный экстремум функций нескольких переменных.	Локальный экстремум функций нескольких переменных**.** Необходимые условия. Достаточные условия *Литература: 1,7,9*

11-12	6.5. Неявные функции. Условный экстремум.	Неявная функция. Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции. Вычисление производных неявной функции. Неявные функции, определяемые системой функциональных уравнений Матрицы Якоби, якобианы, их свойства. Зависимость функций. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия. *Литература: 1,7,9*
12-16	**7. Числовые и функциональные ряды**	
12-14	7.1. Числовые ряды. Функциональные ряды и последовательности.	Числовой ряд, сходимость и сумма ряда. Необходимый признак сходимости. Критерий Коши. Сходимость и абсолютная сходимость. Знакопостоянные ряды, критерий сходимости. Признаки сходимости: признак сравнения признаки Коши и Даламбера, интегральный признак Коши. Условная сходимость. Признаки сходимости знакопеременных рядов: признак Лейбница, признаки Дирихле и Абеля. Свойства абсолютно сходящихся и условно сходящихся рядов. Поточечная и равномерная сходимости. Критерии и признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы равномерно сходящегося ряда. *Литература: 1,2,6,9*
14-15	7.2. Степенные ряды. Ряды Тейлора.	Степенной ряд, круг (интервал) сходимости. Формулы Коши-Адамара и Даламбера для радиуса сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора, теорема о разложении функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для известных функций: вид, область сходимости. *Литература: 1,2,6,9.*
15-16	7.3. Ряды Фурье.	Тригонометрическая ортогональная система функций, Тригонометрический ряд Фурье. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции тригонометрическими многочленами (без доказательства). Теорема о замкнутости тригонометрической системы и следствия из нее. Теорема о равномерной сходимости тригонометрического ряда Фурье. Теорема о сходимости тригонометрического ряда Фурье кусочно-гладкой функции в любой точке бесконечной прямой (без доказательства). Вид тригонометрического ряда Фурье функции, заданной на сегменте [*l*, *l*]. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. *Литература: 1,2.*

Для лекций по каждому предмету должна быть отдельная тетрадь для лекций. Прежде всего, запишите имя, отчество и фамилию лектора, оставьте место для списка рекомендованной литературы, пособий, справочников.

Будьте внимательны, когда лектор объявляет тему лекции, объясняет Вам место, которое занимает новый предмет в Вашей подготовке и чему новому Вы сможете научиться. Опытный студент знает, что, как правило, на первой лекции преподаватель обосновывает свои требования, раскрывает особенности чтения курса и способы сдачи зачета или экзамена.

Отступите поля, которые понадобятся для различных пометок, замечаний и вопросов.

Запись содержания лекций очень индивидуальна, именно поэтому трудно пользоваться чужими конспектами.

Не стесняйтесь задавать вопросы преподавателю. Чем больше у Вас будет информации, тем свободнее и увереннее Вы будете себя чувствовать.

Базовые рекомендации:

- не старайтесь дословно конспектировать лекции, выделяйте основные положения, старайтесь понять логику лектора;

- точно записывайте определения, законы, понятия, формулы, теоремы и т.д.;

- передавайте излагаемый материал лектором своими словами;

- наиболее важные положения лекции выделяйте подчеркиванием;

- создайте свою систему сокращения слов;

- привыкайте просматривать, перечитывать перед новой лекцией предыдущую информацию;

- дополняйте материал лекции информацией;

- задавайте вопросы лектору;

- обязательно вовремя пополняйте возникшие пробелы.

Правила тактичного поведения и эффективного слушания на лекциях:

- слушать (и слышать) другого человека – это настоящее искусство, которое очень пригодится в будущей профессиональной деятельности;

- если преподаватель «скучный», но Вы чувствуете, что он действительно владеет материалом, то скука – это уже Ваша личная проблема (стоит вообще спросить себя, а настоящий ли Вы студент, если Вам не интересна лекция специалиста?).

Если Вы в чем-то не согласны (или не понимаете) с преподавателем, то совсем не обязательно тут же перебивать его и, тем более, высказывать свои представления, даже если они и кажутся Вам верными. Перебивание преподавателя на полуслове – это верный признак невоспитанности. А вопросы следует задавать либо после занятий (для этого их надо кратко записать, чтобы не забыть), либо выбрав момент, когда преподаватель сделал хотя бы небольшую паузу, и обязательно извинившись.

2 Практические занятия (семинары)

Практические занятия являются важной частью учебного процесса в вузе. Они проводятся с целью закрепления лекционного материала, овладения понятийным аппаратом предмета, методами и приёмами исследования, изучаемыми в рамках учебной дисциплины. Главной целью такого рода занятий является научиться применению теоретических знаний на практике.

Содержание практических занятий по дисциплине «Математический анализ» представлено в таблице.

Неделя	**Наименование раздела /темы дисциплины**	**Содержание**
1-3	**1. Вещественные и комплексные числа. Пределы числовых последовательностей**	
1	1.1.Вещественные числа.	Рациональные и иррациональные числа, свойства, приближение иррациональных чисел рациональными, абсолютная и относительная погрешности. Метод математической индукции, доказательство ряда формул. Бином Ньютона. Точная нижняя и точная верхняя грани формы комплексных чисел. *Сборники задач [3], [8]*
1-2	1.2. Комплексные числа.	Определение, действия над комплексными числами. Геометрический смысл. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел. Формула Эйлера, показательная форма комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корней (формулы Муавра). Решение задач на выполнение действий *Сборника [6], глава 1.*
3	1.3. Пределы числовых последовательностей	Доказательство сходимости для простых последовательностей на основе определения. Вычисление пределов числовых последовательностей с использованием свойств арифметических операций. Решение задач на темы: монотонные последовательности, верхний и нижний пределы. Применение критерия Коши для доказательства сходимости (расходимости) последовательностей. *Сборники задач [3], [8]*
3-6	**2. Пределы функций. Непрерывные функции**	
3-4	2.1. Понятие функции. Элементарные функции Предел функции,	Вычисление пределов функций с использованием свойств арифметических операций, первого и второго замечательных пределов. Вычисление пределов сложных функций.

	непрерывные функции	Вычисление пределов с использованием таблицы эквивалентных бесконечно малых величин. *Сборники задач [3], [8]*
5-6	2.2. Непрерывные функции и разрывные функции	Исследование функций на непрерывность. Определение и классификация точек разрыва. Построение графиков. *Сборники задач [3], [8]*
6-14	**3. Дифференциальное исчисление**	
6-8	3.1. Производная и дифференциал функции.	Вычисление производных и дифференциалов. Приложения: приближенные вычисления, уравнения касательной и нормали. Дифференцирование неявно заданной, обратной, параметрически заданной функции. Повторное дифференцирование. *Сборники задач [3], 84]*
9-11	3.2. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Исследование функций. Монотонность, выпуклость, вогнутость, экстремумы, точки перегиба. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. *Сборники задач [3], [4]*
11-14	3.3. Применение дифференциального исчисления.	Построение графиков функций с полным исследованием. Правило Лопиталя, формула Тейлора. *Сборники задач [3], [8]*
14-16	**4. Неопределенные интегралы**	
14	4.1. Первообразная функции. Неопределённый интеграл	Неопределенный интеграл. Простейшие методы интегрирования: табличные интегралы, формула замены переменной и интегрирование по частям. *Сборники задач [3], [8]*
15	4.2. Интегрирование рациональных функций. .	. Основные приёмы и методы вычисления неопределенных интегралов. Интегрирование неправильной и правильной дроби (рациональной функции), *Сборники задач [3], [8]*
15-16	Интегрирование некоторых тригонометрических	Интегрирование основных типов тригонометрических выражений. Тригонометрические подстановки. *Сборники задач [3], [8]*
16	Интегрирование некоторых иррациональных выражений	Интегрирование основных типов иррациональных выражений. Дробно-линейные иррациональности. Подстановки Эйлера. Интегрирование биномиальных дифференциалов. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Эллиптические интегралы. *Сборники задач [3], [8*
	Второй семестр	
1-5	**5. Определенные интегралы и их приложения**	
1-2	5.1. Определённый интеграл Римана.	Вычисление определенных интегралов (формула Ньютона-Лейбница, замена переменных, интегрирование по частям) *Сборники задач [3], [8]*
3-4	5.2. Приложения определенных интегралов.	Вычисление с помощью определенных интегралов площади фигуры, длины кривой, объема тела (методом сечений и объем тела вращения), площади поверхности вращения. *Сборники задач [3], [8]*
5	5.3. Несобственные интегралы.	Вычисление несобственных интегралов первого и второго рода. Признаки сходимости несобственных интегралов. *Сборники задач [3], [8]*
4-11	**6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**	
6	6.1. Предел и непрерывность функций нескольких	Вычисление пределов и исследование на непрерывность функций нескольких переменных. *Сборники задач [3], [8]*

	переменных.	
7-8	6.2. Частные производные, дифференцируемые функции нескольких переменных. Дифференциал первого порядка.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Вычисление частных производных, дифференциалов, дифференцирование сложной, неявно заданной функции. Касательная плоскость. Приближенные вычисления с помощью первого дифференциала. *Сборники задач [3], [8]*
8-9	6.3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Локальный экстремум функций нескольких переменных.	Повторное дифференцирование. Вычисление дифференциалов и производных высших порядков. Разложение функции по формуле Тейлора. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных. *Сборники задач [3], [8]*
10	6.4. Локальный экстремум функций нескольких переменных.	Нахождение экстремумов функций нескольких переменных. *Сборники задач [3], [8]*
11	Неявная функция. Условный экстремум.	Нахождение частных производных функции, заданной неявно. Нахождение условных экстремумов функции (метод исключения неизвестных, метод Лагранжа) *Сборники задач [3], [8]*
12-16	**7. Числовые и функциональные ряды**	
12-13	7.1. Числовые ряды. Функциональные ряды и последовательности.	Сходимость числового ряда, нахождение суммы ряда, признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Исследование сходимости знакопеременных рядов (абсолютная, условная сходимость). Нахождение области сходимости функциональных рядов. *Сборники задач [3], [8]*
14-15	7.2. Степенные ряды. Ряды Тейлора.	Нахождение радиуса сходимости и области сходимости степенного ряда, вычисление суммы ряда с помощью дифференцирования и интегрирования. Разложение функции в ряд Тейлора. *Сборники задач [3], [8]*
16	7.3. Ряды Фурье.	Разложение в ряд Фурье функций. Построение ряда Фурье для четных и нечетных функций. Четное и нечетное продолжение. *Сборники задач [3], [8]*.

На практическом занятии обсуждаются теоретические положения изучаемого материала, уточняются позиции авторов научных концепций, ведется работа по осознанию студентами категориального аппарата изучаемой дисциплины, определяется и формулируется отношение учащихся к теоретическим проблемам науки, оформляется собственная позиция будущего специалиста. Форма работы – диалог: и студенты, и преподаватель вправе: задавать друг другу вопросы, которые возникли и могут возникнуть у них в процессе изучения и обсуждения материала, делиться своими сомнениями, наблюдениями, приводить доводы «за» и «против» той или иной позиции, обосновывать возможность применения на практике тех или иных теоретических положений.

Для подготовки к практическому занятию студентам рекомендуется:

- изучить вопросы, которые будут обсуждаться на занятии;

- изучить список основной и дополнительной литературы, где студенты могут найти ответы на вопросы, обратить внимание на категории, которыми оперирует автор, выписать основные понятия и систематизировать их;

- разработать блок-схему, в которой найдут отражение все изучаемые вопросы темы;

- составить развернутый план изучаемого материала, который может быть использован для ответа на занятии.

В начале занятия студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия, раскрывают и объясняют основные положения публичного выступления. В процессе творческого обсуждения и дискуссии вырабатываются умения и навыки использовать приобретенные знания для различного рода ораторской деятельности.

Ввиду трудоемкости подготовки к практическому занятию преподаватель может предложить студентам алгоритм действий, рекомендовать еще раз внимательно прочитать записи лекций и уже готовый конспект по теме семинара, тщательно продумать свое устное выступление.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к выступлению по всем поставленным в плане вопросам, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы выступление не сводилось к репродуктивному уровню (простому воспроизведению текста), не допускается и простое чтение конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял собственное отношение к тому, о чем он говорит, высказывал свое личное мнение, понимание, обосновывал его и мог сделать правильные выводы из сказанного. При этом студент может обращаться к записям конспекта и лекций, непосредственно к первоисточникам, использовать знание художественной литературы и искусства, факты и наблюдения современной жизни и т. д. Вокруг такого выступления могут разгореться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый.

В заключение преподаватель подводит итоги практического занятия. Он может (выборочно) проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения.

При изучении дисциплины используется значительное количество интерактивных методов обучения. Студенты привлекаются к активной со-творческой работе с преподавателем по поиску и подбору различных учебных материалов с использованием Интернет-ресурсов, а также формирования навыков организации профессионального взаимодействия с различными специалистами.

Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, представлен в таблице.

3 Самостоятельная работа обучающихся

- проверка правильности выполнения домашнего задания;
- решение задач на семинарах у доски;
- мозговой штурм, командная работа;
- защита индивидуальных домашних заданий;

Подготовка современного специалиста предполагает, что в стенах института он овладеет методологией самообразования, самовоспитания, самосовершенствования. Это определяет важность активизации его самостоятельной работы. С целью организации данного вида учебных занятий необходимо в первую очередь использовать материал лекций и семинаров. Лекционный материал создает проблемный фон с обозначением ориентиров, наполнение которых содержанием производится студентами на семинарских занятиях после работы с учебными пособиями, монографиями и периодическими изданиями.

В ходе изучения дисциплины студентам рекомендуется вечером того дня, когда было проведено занятие, прочитать лекцию или просмотреть решение задач на семинаре. За десять минут до начала лекции или семинара также прочитать предыдущую лекцию и просмотреть материалы семинара. Данные рекомендации обусловлены исследованием Эббингауза.

В соответствии с кривой забывания Эббингауза разработаны следующие режимы повторения для наилучшего запоминания:

Если есть два дня:

- первое повторение – сразу по окончании чтения;

- второе повторение – через 20 минут после первого повторения;

- третье повторение – через 8 часов после второго;

- четвёртое повторение – через 24 часа после третьего.

Если нужно помнить очень долго:

- первое повторение – сразу по окончании чтения;

- второе повторение – через 20-30 минут после первого повторения;

- третье повторение – через 1 день после второго;

- четвёртое повторение – через 2-3 недели после третьего;

- пятое повторение – через 2-3 месяца после четвёртого повторения

Самостоятельно изучается рекомендуемая литература, проводится работа с библиотечными фондами и электронными источниками информации, специальной литературой, статьями из профильных журналов. Реферируя и конспектируя наиболее важные вопросы, имеющие научно-практическую значимость, новизну, актуальность, делая выводы, заключения, высказывая практические замечания, выдвигая различные положения, студенты глубже понимают вопросы курса.

Подготовка к практическим занятиям, а также выполнение заданий для самостоятельной работы требует от студента навыков работы с литературными источниками:

- умение выделять главное в тексте;

- умение составлять опорную схему изученного материала, тезисный и развернутый план-конспект;

- свободное владение проработанным материалом;

- способность рассказать своими словами суть проблемы;

- умение объяснить и дать определение встречающимся в тексте новым научным терминам;

- умение находить в жизни ситуации, которые могут служить иллюстрацией теоретического материала, обсуждаемого на занятиях.

Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых работ и выпускной квалификационной работы.

Важной является готовность студента к восприятию в курсе сочетания философского, теоретического материала с конкретным практическим, направленным на освоение умений и навыков практической организации профессиональной деятельности в образовательном учреждении.

Подготовка к практическому занятию включает 2 этапа:

I - организационный;

II - закрепление и углубление теоретических знаний.

На первом этапе студент планирует свою самостоятельную работу, которая включает:

- уяснение задания на самостоятельную работу;

- подбор рекомендованной литературы;

- составление плана работы, в котором определяются основные пункты предстоящей подготовки. Составление плана дисциплинирует и повышает организованность в работе.

Второй этап включает непосредственную подготовку студента к занятию. Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику и тем самым проникнуть в творческую лабораторию автора.

Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

Важно развивать умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал. Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования. Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы. Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах.

План – это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Конспект – это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов:

- план-конспект – это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении;

- текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника;

- свободный конспект – это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом;

- тематический конспект – составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки) представлены в таблице.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

Типовые вопросы, семестр 1

1. Рациональные числа, иррациональные числа, действительные числа. Сравнение, операции, геометрическая интерпретация

2. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.

3. Верхняя и нижняя грани числового множества. Точная грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Теорема об отделимости числовых множеств.

4. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные

последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.

5. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).

6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Примеры.

7. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "е".

8. Принцип вложенных отрезков (теорема Кантора).

9. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

10.Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.

11. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

12. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Элементарные функции. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.

13. Свойства предела функции в точке (свойства, связанные с арифметическими операциями, локальные свойства).

14. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.

15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и теоремы о них. Примеры.

16. Первый замечательный предел и его следствия.

17. Второй замечательный предел и его следствия.

18. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.

19. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Порядок бесконечно малой функции.

о- и О- символика. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

20. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.

21. Свойства непрерывных в точке функций, связанные с арифметическими операциями. Непрерывность сложной функции.

22. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.

23. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса 1, 2 о свойствах функции, непрерывной на отрезке.

24. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

25. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции. Примеры.

26. Понятие производной функции в точке, необходимое условие существования производной.

27. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.

28. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.

29. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.

30. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.

31. Производные высших порядков. Таблица n-ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически.

32. Дифференциал n-ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и неинвариантность дифференциала порядка $n \geq 2$.

33. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.

34. Теорема Лагранжа и её следствия. Формула конечных приращений Лагранжа.

35. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.

36. Правило Лопиталя. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопиталя.

37. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.

38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.

39. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-3).

40. Локальный экстремум (определение). Необходимое условие экстремума (теорема Ферма). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).

41. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.

42. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.

43. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.

44. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).

45. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям .46. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.

47. Таблица интегралов. Примеры вычисления простейших интегралов.

48.Алгебраические многочлены и разложение многочленов на множители. Разложение рациональной функции в сумму простейших.

49. Интегрирование рациональных функций. Методы нахождения неопределенных коэффициентов.

50.Интегрирование тригонометрических выражений.

51. Интегрирование иррациональных выражений.

Задачи к билетам, 1 семестр.

Билет №1.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-1}{\ln(1+2tg2x)}$.

2. Написать разложение функции $f(x)=\ln(1+\sin x)$ по целым положительным степеням x до членов 4 порядка с остаточным членом в форме Пеано.

3. Найти интеграл $\int x^3\ln^2 xdx.$

Билет №2.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x-3x^2+4x^3)}{\ln(1-x+2x^2-7x^3)}$.

2. Исследовать непрерывность функции $f(x)=\dfrac{2|x-1|}{x^2-x^4}$.

3. Найти интеграл$\int arctg\sqrt{x}\,dx$

Билет №3.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}\cdot\sqrt[3]{1+3x}-1}{e^x-1}$

2. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически $x = e^t sint,\ y = e^t cost$.

3. Найти интеграл $\int\dfrac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}}dx$.

Билет №4.

1. Найти все значения корня $\sqrt[3]{2+3i}$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(tgx)^{\cos x}$.

3. Найти интеграл $\int\sqrt{1+\sqrt[4]{x}}\cdot dx$

Билет №5.

1. Сравнить бесконечно малые: $(x\to 1)$ $\alpha(x)=\ln x,$ $\beta(x)=1-\sqrt{x}$ и $\gamma(x) = \ln(1+x)$ с $\mu(x) = x - 0.5x^2, x\to 0$.

2. Вычислить производную второго порядка от неявно заданной функции $y(x)$
$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$, $y''_{xx}=?$

3. Найти интеграл $\int\ln(x^2+1)dx$.

Билет №6.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 1-0}\ln x\cdot\ln(1-x)$

2. Найти направления выпуклости и точки перегиба графика функции $y = \ln(1+x^2)$.

3. Найти интеграл $\int\frac{dx}{2+\sqrt[3]{x+1}}$.

Билет №7.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{x^3}$.

2. Найти вторую производную функции, заданной параметрически
$x=\arcsin t,\quad y=\sqrt{1-t^2}$, $y''_{xx}=?$

3. Найти интеграл $\int\dfrac{\arccos x}{\sqrt{1-x}}dx$.

Билет №8.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x\sin x - x - x^2}{\sin x - x}$

2. Доказать неравенство $x > \ln(1+x^2)\ (x>0)$.

3. Найти интеграл $\int\dfrac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$.

Билет №9.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - \cos x - x}{\ln(1+x)-\sin x}$

2.Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$, если $r = a\varphi$ (спираль Архимеда ((r,φ)- полярные координаты).

3. Найти интеграл $\int (x+3)\sin x dx$

Билет №10.

1 Найти $\lim_{x\to 0}(cosx)^{ctgx}$.

2. Написать разложение функции $f(x) = e^{2x-x^2}$ по целым положительным степеням x до членов 2 порядка с остаточным членом в форме Лагранжа.

3. Найти интеграл $\int\dfrac{(x+2x\ln x)dx}{2+x^2\ln x}$.

Типовые вопросы, семестр 2

1. Определённый интеграл Римана. Основные определения. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Условие интегрируемости.

2. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла, связанные с операциями над функциями.

3. Свойства интеграла, связанные с отрезками интегрирования и неравенствами. Оценки интервалов.

4. Теоремы о среднем.

5. Непрерывность и дифференцируемость интеграла по верхнему пределу.

6. Теорема (формула) Ньютона-Лейбница.

7. Теорема о замене переменной в определённом интеграле, формула интегрирования по частям в определённом интеграле.

8. Площадь фигуры на плоскости (клеточные фигуры, квадрируемые фигуры, мера). Площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора, площадь фигуры с параметрически заданной границей.

9. Объём тела (клеточное тело, кубируемое тело, мера). Объём цилиндрического тела, объём тела с заданными площадями сечений, объём тела вращения.

10. Длина кривой (определение спрямляемой кривой, длины кривой, теорема о длине, формулы длины для разных случаев задания кривой).

11. Площадь поверхности вращения (определение, теорема). Теорема Гульдена. Физические приложения определённых интегралов.

12. Несобственные интегралы первого рода (определение; свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).

13. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).

14. Условие сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций - признаки сходимости.

15. Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственных интегралов.

16. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов (определение, теорема).

17. Метрическое пространство (определение, сходящиеся и фундаментальные последовательности, открытые и замкнутые множества, компакт, пространство $\boldsymbol{R}^n$).

18. Функции многих переменных. Предел функции в точке, предел по множеству, по направлению.

19. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте, на связном множестве.

20. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал. Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции многих переменных.

21. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала.

22. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению. Градиент.

23. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

24. Дифференциалы высших порядков (определение, формы записи, неинвариантность 2-го и высших дифференциалов).

25. Формула Тейлора для функции многих переменных.

26. Теорема о неявной функции.

27. Дифференцируемое отображение. Якобиан и его свойства. Системы функций, заданных неявно - теорема. Якобиан и зависимость - независимость функций.

28. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума.

29. Достаточные условия экстремума функции многих переменных. Проверка экстремума для функции двух переменных.

30. Условный экстремум: прямой метод, метод Лагранжа.

31. Числовые ряды (понятие ряда, сходимость, частичная сумма, сумма). Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши.

32. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости: через частичные суммы, интегральный признак.

33. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения и его следствия.

34. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда.

35. Знакочередующийся ряд. Признак сходимости Лейбница, следствие.

36. Абсолютная и условная сходимость ряда (определение, свойства абсолютно сходящихся рядов). Примеры исследования сходимости ряда. Признаки Абеля и Дирихле.

37. Функциональные последовательности и ряды: сходимость, равномерная сходимость, связь утверждений о функциональных последовательностях и рядах.

38. Критерий Коши равномерной сходимости, признак Вейерштрасса.

39. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов - непрерывность предельной функции и суммы ряда.

40. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: почленная дифференцируемость и интегрируемость.

41. Степенные ряды. Теорема Абеля, радиус сходимости, круг (интервал) сходимости, формула Коши-Адамара.

42. Формула Даламбера для радиуса сходимости.

43. Ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для элементарных функций.

44. Ортогональная система функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье, формулы для коэффициентов. (Ряды Фурье для чётных и нечётных функций).

45.Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции тригонометрическими многочленами (без доказательства). Теорема о замкнутости тригонометрической системы и следствия из нее.

46. Признак Дини сходимости ряда Фурье и его следствия (лемма Римана, ядро Дирихле, формула Дирихле для частичных сумм).

46. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Простейшие условия равномерной сходимости ряда Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.
47. Теорема о сходимости тригонометрического ряда Фурье кусочно-гладкой функции в любой точке бесконечной прямой (без доказательства). Вид тригонометрического ряда Фурье функции, заданной на сегменте [*l*, *l*].

Задачи к билетам, 2 семестр.

Задачи, вариант № 1

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int\limits_0^1 \arccos x dx$.

2. Исследовать на экстремум функцию $f(x,y) = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \dfrac{2n^2}{n^4 - n^2 + 1}$.

Задачи, вариант № 2

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int\limits_0^{e-1} \ln(x+1)dx$.

2. Найти дифференциалы первого и второго порядка от функции $u = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}(x-2)^n}{n^2+1}$.

Задачи, вариант № 3

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Найти длину дуги кривой $y = x^{\frac{3}{2}}, \quad 0 \le x \le 4$ **.**

2. Функцию $f(x,y) = \dfrac{x}{y}$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки A(1,1), до второго порядка включительно.

3. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{(n+3)2^n}$.

Задачи, вариант № 4

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить длину дуги кривой $x = 6(\cos t + t\sin t), \quad y = 6(\sin t - t\cos t), \quad 0 \le t \le \pi.$

2. Найти первую и вторую производные для функции, определяемой уравнением $\ln\sqrt{x^2 + y^2} = arctg\,\dfrac{y}{x}$.

3. Исследовать на экстремум функцию $f(x,y) = x^2 y^3 (6 - x - y)$, $x > 0,\ y > 0$.

Задачи, вариант № 5

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 1 + \cos\varphi$.

2. Найти градиент функции $u(x, y, z)$ и производную по направлению **l** в точке М, если $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$, $l = (1,1,1)$, $M(2,0,1)$.

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

Задачи, вариант № 6

по курсу ''Математический анализ'' . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_0^{\sqrt{2}} xarctgxdx$.

2. Найти экстремумы функции $z = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ при условии $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{8}$.

3. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{2n^2}$.

Задачи, вариант № 7

по курсу ''Математический анализ'' . 2 семестр.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \arccos x, \quad y = 0, \quad x = 0.$

2. Найти градиент функции $u(x, y, z)$ и производную по направлению **l** в точке М, если $u = x^2 z \sin(xyz)$, $l = (1,1,1)$, $M(1, \pi, 2)$.

3. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x-2)^n}{n^2+1}$.

Задачи, вариант № 8

по курсу ''Математический анализ'' . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_1^e \ln^2 x \, dx$.

2. Функцию $f(x, y) = ye^{x-1}$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки А(1,1), до второго порядка включительно .

3. Найти радиус, интервал сходимости ряда, исследовать в граничных точках

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 6n + 1}{3^n} x^n$$

Задачи, вариант № 9

по курсу ''Математический анализ'' . 2 семестр.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \arccos x, \quad y = 0, \quad x = 0.$

2. Найти экстремумы функции $z = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ при условии $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{3}$.

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+5)x^{n-1}$.

Задачи, вариант № 10

по курсу ''Математический анализ'' . 2 семестр.

1. Найти длину дуги кривой $x = a\cos^3 t. \quad y = a\sin^3 t, \quad 0 \le t \le \pi/2$.

2. Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$.

3. Найти радиус, интервал сходимости ряда, исследовать в граничных точках $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{3/2}+5}{(n^2+10)4^n} x^n$

.

4 Оценочные средства по дисциплине

Оценочные средства по дисциплине обеспечивают проверку освоения планируемых результатов обучения посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации.

4.1 Экзамен

а) типовые вопросы:

Типовые вопросы, семестр 1

1. Рациональные числа, иррациональные числа, действительные числа. Сравнение, операции, геометрическая интерпретация

2. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.

3. Верхняя и нижняя грани числового множества. Точная грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Теорема об отделимости числовых множеств.

4. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные

последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.

5. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).

6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Примеры.

7. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "е".

8. Принцип вложенных отрезков (теорема Кантора).

9. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

10.Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.

11. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

12. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Элементарные функции. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.

13. Свойства предела функции в точке (свойства, связанные с арифметическими операциями, локальные свойства).

14. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.

15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и теоремы о них. Примеры.

16. Первый замечательный предел и его следствия.

17. Второй замечательный предел и его следствия.

18. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.

19. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Порядок бесконечно малой функции.

о- и О- символика. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

20. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.

21. Свойства непрерывных в точке функций, связанные с арифметическими операциями. Непрерывность сложной функции.

22. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.

23. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса 1, 2 о свойствах функции, непрерывной на отрезке.

24. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

25. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции. Примеры.

26. Понятие производной функции в точке, необходимое условие существования производной.

27. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.

28. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.

29. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.

30. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.

31. Производные высших порядков. Таблица n-ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически.

32. Дифференциал n-ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и неинвариантность дифференциала порядка $n \geq 2$.

33. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.

34. Теорема Лагранжа и её следствия. Формула конечных приращений Лагранжа.

35. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.

36. Правило Лопиталя. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопиталя.

37. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.

38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.

39. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-3).

40. Локальный экстремум (определение). Необходимое условие экстремума (теорема Ферма). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).

41. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.

42. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.

43. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.

44. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).

45. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям .46. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.

47. Таблица интегралов. Примеры вычисления простейших интегралов.

48.Алгебраические многочлены и разложение многочленов на множители. Разложение рациональной функции в сумму простейших.

49. Интегрирование рациональных функций. Методы нахождения неопределенных коэффициентов.

50.Интегрирование тригонометрических выражений.

51. Интегрирование иррациональных выражений.

Задачи к билетам, 1 семестр.

Билет №1.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-1}{\ln(1+2tg2x)}$.

2. Написать разложение функции $f(x)=\ln(1+\sin x)$ по целым положительным степеням x до членов 4 порядка с остаточным членом в форме Пеано.

3. Найти интеграл $\int x^3\ln^2 xdx.$

Билет №2.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x-3x^2+4x^3)}{\ln(1-x+2x^2-7x^3)}$.

2. Исследовать непрерывность функции $f(x)=\dfrac{2|x-1|}{x^2-x^4}$.

3. Найти интеграл$\int arctg\sqrt{x}\,dx$

Билет №3.

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}\cdot\sqrt[3]{1+3x}-1}{e^x-1}$

2. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически $x=e^t sint,\ y=e^t cost$.

3. Найти интеграл $\int\dfrac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}}dx$.

Билет №4.

1. Найти все значения корня $\sqrt[3]{2+3i}$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(tgx)^{\cos x}$.

3. Найти интеграл $\int\sqrt{1+\sqrt[4]{x}}\cdot dx$

Билет №5.

1. Сравнить бесконечно малые: $(x \to 1)$ $\alpha(x) = \ln x$, $\beta(x) = 1 - \sqrt{x}$ и $\gamma(x) = \ln(1+x)$ с $\mu(x) = x - 0.5x^2, x \to 0$.

2. Вычислить производную второго порядка от неявно заданной функции $y(x)$

$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, $y''_{xx} = ?$

3. Найти интеграл $\int \ln(x^2+1)dx$.

Билет №6.

1. Найти $\lim\limits_{x \to 1-0} \ln x \cdot \ln(1-x)$

2. Найти направления выпуклости и точки перегиба графика функции $y = \ln(1+x^2)$.

3. Найти интеграл $\int \frac{dx}{2+\sqrt[3]{x+1}}$.

Билет №7.

1. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \frac{tgx - \sin x}{x^3}$.

2. Найти вторую производную функции, заданной параметрически

$x = \arcsin t$, $y = \sqrt{1-t^2}$, $y''_{xx} = ?$

3. Найти интеграл $\int \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x}} dx$.

Билет №8.

1. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x \sin x - x - x^2}{\sin x - x}$

2. Доказать неравенство $x > \ln(1+x^2)$ $(x > 0)$.

3. Найти интеграл $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$.

Билет №9.

1. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - \cos x - x}{\ln(1+x) - \sin x}$

2.Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$, если $r = a\varphi$ (спираль Архимеда ((r, φ)- полярные координаты).

3. Найти интеграл $\int (x+3)\sin x dx$

Билет №10.

1 Найти $\lim_{x \to 0}(cosx)^{ctgx}$.

2. Написать разложение функции $f(x)=e^{2x-x^2}$ по целым положительным степеням x до членов 2 порядка с остаточным членом в форме Лагранжа.

3. Найти интеграл $\int \frac{(x+2x\ln x)dx}{2+x^2\ln x}$.

Типовые вопросы, семестр 2

1. Определённый интеграл Римана. Основные определения. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Условие интегрируемости.

2. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла, связанные с операциями над функциями.

3. Свойства интеграла, связанные с отрезками интегрирования и неравенствами. Оценки интервалов.

4. Теоремы о среднем.

5. Непрерывность и дифференцируемость интеграла по верхнему пределу.

6. Теорема (формула) Ньютона-Лейбница.

7. Теорема о замене переменной в определённом интеграле, формула интегрирования по частям в определённом интеграле.

8. Площадь фигуры на плоскости (клеточные фигуры, квадрируемые фигуры, мера). Площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора, площадь фигуры с параметрически заданной границей.

9. Объём тела (клеточное тело, кубируемое тело, мера). Объём цилиндрического тела, объём тела с заданными площадями сечений, объём тела вращения.

10. Длина кривой (определение спрямляемой кривой, длины кривой, теорема о длине, формулы длины для разных случаев задания кривой).

11. Площадь поверхности вращения (определение, теорема). Теорема Гульдена. Физические приложения определённых интегралов.

12. Несобственные интегралы первого рода (определение; свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).

13. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).

14. Условие сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций - признаки сходимости.

15. Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственных интегралов.

16. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов (определение, теорема).

17. Метрическое пространство (определение, сходящиеся и фундаментальные последовательности, открытые и замкнутые множества, компакт, пространство $\boldsymbol{R}^n$).

18. Функции многих переменных. Предел функции в точке, предел по множеству, по направлению.

19. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте, на связном множестве.

20. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал. Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции многих переменных.

21. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала.

22. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению. Градиент.

23. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

24. Дифференциалы высших порядков (определение, формы записи, неинвариантность 2-го и высших дифференциалов).

25. Формула Тейлора для функции многих переменных.

26. Теорема о неявной функции.

27. Дифференцируемое отображение. Якобиан и его свойства. Системы функций, заданных неявно - теорема. Якобиан и зависимость - независимость функций.

28. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума.

29. Достаточные условия экстремума функции многих переменных. Проверка экстремума для функции двух переменных.

30. Условный экстремум: прямой метод, метод Лагранжа.

31. Числовые ряды (понятие ряда, сходимость, частичная сумма, сумма). Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши.

32. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости: через частичные суммы, интегральный признак.

33. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения и его следствия.

34. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда.

35. Знакочередующийся ряд. Признак сходимости Лейбница, следствие.

36. Абсолютная и условная сходимость ряда (определение, свойства абсолютно сходящихся рядов). Примеры исследования сходимости ряда. Признаки Абеля и Дирихле.

37. Функциональные последовательности и ряды: сходимость, равномерная сходимость, связь утверждений о функциональных последовательностях и рядах.

38. Критерий Коши равномерной сходимости, признак Вейерштрасса.

39. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов - непрерывность предельной функции и суммы ряда.

40. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: почленная дифференцируемость и интегрируемость.

41. Степенные ряды. Теорема Абеля, радиус сходимости, круг (интервал) сходимости, формула Коши-Адамара.

42. Формула Даламбера для радиуса сходимости.

43. Ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для элементарных функций.

44. Ортогональная система функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье, формулы для коэффициентов. (Ряды Фурье для чётных и нечётных функций).

45.Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции тригонометрическими многочленами (без доказательства). Теорема о замкнутости тригонометрической системы и следствия из нее.

46. Признак Дини сходимости ряда Фурье и его следствия (лемма Римана, ядро Дирихле, формула Дирихле для частичных сумм).

46. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Простейшие условия равномерной сходимости ряда Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.
47. Теорема о сходимости тригонометрического ряда Фурье кусочно-гладкой функции в любой точке бесконечной прямой (без доказательства). Вид тригонометрического ряда Фурье функции, заданной на сегменте [*l*, *l*].

Задачи к билетам, 2 семестр.

Задачи, вариант № 1

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_0^1 \arccos x\,dx$.

2. Исследовать на экстремум функцию $f(x,y) = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2}{n^4 - n^2 + 1}$.

Задачи, вариант № 2

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_0^{e-1} \ln(x+1)dx$.

2. Найти дифференциалы первого и второго порядка от функции $u = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x-2)^n}{n^2+1}$.

Задачи, вариант № 3

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Найти длину дуги кривой $y = x^{\frac{3}{2}}, \quad 0 \le x \le 4$ **.**

2. Функцию $f(x, y) = \frac{x}{y}$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки A(1,1), до второго порядка включительно.

3. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+3)2^n}$.

Задачи, вариант № 4

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить длину дуги кривой $x = 6(\cos t + t \sin t), \quad y = 6(\sin t - t \cos t), \quad 0 \le t \le \pi.$

2. Найти первую и вторую производные для функции, определяемой уравнением $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = arctg \frac{y}{x}$.

3. Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = x^2 y^3 (6 - x - y) \quad , \quad x > 0, \, y > 0$.

Задачи, вариант № 5

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 1 + \cos\varphi$.

2. Найти градиент функции $u(x, y, z)$ и производную по направлению **l** в точке M, если $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} \quad , \quad l = (1,1,1), \quad M(2,0,1)$.

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

Задачи, вариант № 6

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_0^{\sqrt{2}} x arctg x dx$.

2. Найти экстремумы функции $z = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ при условии $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{8}$.

3. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{2n^2}$.

Задачи, вариант № 7

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \arccos x, \quad y = 0, \quad x = 0.$

2. Найти градиент функции $u(x, y, z)$ и производную по направлению **l** в точке М, если
$u = x^2 z \sin(xyz) \quad , \quad l = (1,1,1), \quad M(1, \pi, 2)$.

3. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x-2)^n}{n^2+1}$.

Задачи, вариант № 8

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить интеграл $\int_1^e \ln^2 x \, dx$.

2. Функцию $f(x, y) = ye^{x-1}$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки A(1,1), до второго порядка включительно .

3. Найти радиус, интервал сходимости ряда, исследовать в граничных точках
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+6n+1}{3^n} x^n$

Задачи, вариант № 9

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \arccos x, \quad y = 0, \quad x = 0.$

2. Найти экстремумы функции $z = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ при условии $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{3}$.

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+5)x^{n-1}$.

Задачи, вариант № 10

по курсу ’’Математический анализ’’ . 2 семестр.

1. Найти длину дуги кривой $x = a\cos^3 t. \quad y = a\sin^3 t, \quad 0 \le t \le \pi/2$.

2. Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$.

3. Найти радиус, интервал сходимости ряда, исследовать в граничных точках $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{3/2}+5}{(n^2+10)4^n} x^n$
.

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов):

Экзаменационный билет содержит один (два) теоретических вопроса и три (две) задачи.

По результатам выполнения зачетной работы оценивается уровень освоения обучающимся материала, предусмотренного учебной программой, уровень владения профессиональными терминами, умение обучающегося использовать теоретические знания при решении практических задач.

Экзамен считается сданным, если итоговый результат за выполненные задания составляет от 24 до 40 баллов. По каждому из 4-х заданий выставляется от 0 до 10 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.

Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

4.2 Контрольные работы

б) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 4 задачи, и еще хотя бы одна задача решена с негрубыми ошибками (получено 18 баллов и выше). Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из первых пяти заданий оценивается в 4 балла, последние две – 5 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично с 27 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

в) примеры тестовых заданий:

г) критерии и шкала оценивания компетенций (результатов)

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи, и еще хотя бы одна задача решена с негрубыми ошибками (получено 18 баллов и выше). Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из заданий оценивается в 5 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**

Отлично с 27 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

5 Итоговая аттестация по дисциплине

Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр:

– контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 6 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам / темам учебной дисциплины с 1 по 6 неделю учебного семестра;

– контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 10 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам / темам учебной дисциплины с 6 по 10 неделю учебного семестра.

Текущая аттестация в 8 семестре обучения по образовательным программам бакалавриата, в котором единственная контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 6 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 6 неделю учебного семестра.

Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	**1-16**	**36 - 60% от максимума**	**60**
Контрольная точка № 1	**8**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 1	8	18	30
Контрольная точка № 2	**15-16**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 2	15	18	30
Промежуточная аттестация	**-**	**24 (60% от 40)**	**40**
Экзамен	-		
Экзаменационный билет	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		**60**	**100**

* Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т. ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

На каждом практическом занятии выполняются задания по пройденным темам согласно рабочему плану изучения дисциплины. Применяется групповое оценивание ответа или оценивание преподавателем.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде экзамена, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений применять их в решении практических задач, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет сумму баллов, заработанных обучающимся при выполнении заданий в рамках текущей и промежуточной аттестации

Сумма баллов	**Оценка по 4-х балльной шкале**	**Оценка ECTS**	**Требования к уровню освоения учебной дисциплины**
90-100	5- «отлично»/ «зачтено»	A	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы
85-89	4 - «хорошо»/ «зачтено»	B	Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос
75-84		C	
70--74		D	
65-69	3 - «удовлетворительно» / «зачтено»		Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала
60-64		E	
0-59	2 - «неудовлетворительно»/ «не зачтено»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине